

# Изучение поведения покупателей с помощью матриц парных сравнений

Выполнил:

Шмелев Михаил,  
аспирант, ФКН

Научный руководитель:

Матвеев М.Г.

# Введение

В современных экономических условиях, когда вкусы людей меняются, а их потребности растут, покупательские требования на многих рынках становятся все более и более дифференцированными. Для компаний становится важным учитывать потребности покупателей в целях получения долгосрочной прибыли.

Продавцу при формировании своего предложения на рынке следует учитывать следующие характеристики: возраст, пол, социальный статус, профессию.

# Цель работы

Рассмотрим типы покупателей товаров на локальных рынках для пары характеристик «цена» - «качество». К примеру, одни покупатели хотят купить товар по низкой цене и с высоким качеством, другие желают приобрести товар среднего качества по средней цене.

Главная цель - симитировать поведение покупателей, которые могут встретиться в обычной жизни (используем событийно-дискретное моделирование). Изучение корреляции между параметрами цены и качества стало возможным благодаря шкале Саати.

# Матрицы парных сравнений

Предполагается, что цена и качество являются зависимыми параметрами. Поэтому уместно использовать условные вероятности.

Для построения матриц парных сравнений, характеризующих типы покупателей, воспользуемся шкалой Саати. Элементы для матрицы парных сравнений размером  $n \times n$  удовлетворяют следующим условиям:

$$w_{ij} = \frac{1}{w_{ji}}; w_{ii} = 1,$$

для всех  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

Для получения согласованной матрицы парных сравнений необходимо, чтобы всегда выполнялось следующее равенство:

$$w_{ik} = w_{ij} \cdot w_{jk},$$

для всех  $i, j, k = 1, 2, \dots, n$ .

Далее рассмотрим основные типы покупателей, которые стоит учитывать продавцам при формировании своего предложения на рынке.

# Основные типы покупателей

## 1. «Жадные» покупатели

Клиент стремится купить товар по низкой цене, но высокого качества.

Пусть  $a_1$  – минимальная цена,  $b_1$  – минимальное качество. Элемент  $w_{11} = \frac{b_1}{a_1} = 1$ .

Если цена минимальная, а качество немного улучшилось:  $w_{12} = \frac{b_2}{a_1} = 2$ .

Подсчет элементов матрицы можно произвести по формуле:

$$w_{ij} = \frac{j}{i},$$

для упорядоченных значений  $(a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n)$  и  $(b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n)$ ,  $n$  – размерность матрицы.

При  $n=6$  получаем матрицу парных сравнений следующего вида:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 2 & \frac{5}{2} & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 1 & \frac{6}{5} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & \frac{5}{6} & 1 \end{pmatrix}$$

# Основные типы покупателей

Чтобы выразить локальный рынок с более сильной «жадностью» покупателей, можно построить другую матрицу  $A1$ . Элементы этой матрицы подсчитываются по формуле:

$$w_{ij} = 2^{j-i},$$

для упорядоченных значений  $(a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n)$  и  $(b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n)$ ,  $n$  – размерность матрицы.

К примеру, элемент  $w_{16} = 2^{6-1} = 32$ . При минимальном значении качества и максимальном значении цены получим  $w_{61} = 2^{1-6} = \frac{1}{32}$ . Тогда для рассматриваемого случая мы получим:

$$A1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 2 & 4 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 2 & 4 \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{32} & \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

# Основные типы покупателей

## 2. «Элитные» покупатели («премиум-покупатели»)

Таких покупателей в основном интересует только товар по высокой цене и высокого качества.

Элемент с максимальным значением  $w_{66} = 6$  будет обозначать товар с наибольшей ценой и наибольшим качеством. В итоге построим матрицу  $B$ , симметричную относительно побочной диагонали:

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{3}{6} & \frac{4}{6} & \frac{5}{6} & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 1 & \frac{6}{5} \\ \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & \frac{4}{2} & \frac{5}{2} & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Формула для матрицы  $B$ :

$$w_{ij} = \frac{j}{n+1-i}$$

# Основные типы покупателей

## 3. «Умеренные» покупатели

Клиенты такого типа желают купить, прежде всего, товар среднего качества по средней цене.

Снова строим матрицу размером 6 на 6. С учетом типа покупателей наибольшие значения будут наблюдаться в середине матрицы:  $w_{33} = w_{34} = w_{43} = w_{44} = 4$ . Матрица  $C$  выглядит следующим образом:

$$C = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 2 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 4 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 4 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 2 & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Если третью строку матрицы поменять местами с первой, а шестую строку – с четвертой, можно превратить матрицу  $C$  в матрицу парных сравнений классического вида.



# Изучение рынка «жадных» покупателей

Изучим корреляцию между ценой и качеством. Рынок «жадных» покупателей будет первым, для которого найдем безусловные вероятности, условные вероятности зависимости качества от цены и вероятности для параметра «цена».

Алгоритм действий для нашей задачи следующий. Просуммируем все элементы обратно-симметричной матрицы:  $s = \sum w_{ij}$ . Вычислим безусловные вероятности  $p_{ij} = \frac{w_{ij}}{s}$ , а затем условные вероятности:  $p_i(a_i / b_j) = \frac{p_{ij}}{\sum_j p_{ij}}$ .

Подсчет значений вероятности для параметра «цена» осуществлялся с помощью:

$$p(b_j) = \frac{P_{ij}}{p_i(a_i / b_j)}$$

Таблица 1

*Двумерное распределение для матрицы A*

$p_{ij}$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
$i=1$	0,01944	0,03887	0,05831	0,07775	0,09718	0,11662
$i=2$	0,00972	0,01944	0,02915	0,03887	0,04859	0,05831
$i=3$	0,00648	0,01296	0,01944	0,02592	0,03239	0,03887
$i=4$	0,00486	0,00972	0,01458	0,01944	0,02430	0,02915
$i=5$	0,00389	0,00777	0,01166	0,01555	0,01944	0,02332
$i=6$	0,00324	0,00648	0,00972	0,01296	0,01620	0,01944

# Изучение рынка «жадных» покупателей

Таблица 2

Условные вероятности для матрицы  $A$

$p_i(a_i/b_j)$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
$i=1$	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23810	0,28571
$i=2$	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23810	0,28571
$i=3$	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23810	0,28571
$i=4$	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23810	0,28571
$i=5$	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23810	0,28571
$i=6$	0,04762	0,09524	0,14286	0,19048	0,23810	0,28571

Таблица 3

Вероятности для параметра «цена»

$p(b_j)$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
$i=1$	0,40816	0,40816	0,40816	0,40816	0,40816	0,40816
$i=2$	0,20408	0,20408	0,20408	0,20408	0,20408	0,20408
$i=3$	0,13605	0,13605	0,13605	0,13605	0,13605	0,13605
$i=4$	0,10204	0,10204	0,10204	0,10204	0,10204	0,10204
$i=5$	0,08163	0,08163	0,08163	0,08163	0,08163	0,08163
$i=6$	0,06803	0,06803	0,06803	0,06803	0,06803	0,06803

# Изучение рынка «жадных» покупателей

Построим таблицу, необходимую для генерирования значений цены и качества с помощью имитационной модели. Имитация (получение 1001 значения цены и качества) проводилась на основе последовательного метода обратных функций. Он основан на свойстве, что каждому значению из заданной таблицы можно сопоставить интервал, равный по длине его вероятности.

Таблица 4

*Значения цены и качества и их вероятности для матрицы A*

<b>Вероятность конкретного значения цены</b>	<b>Значение цены</b>	<b>Вероятность конкретного значения качества</b>	<b>Значение качества</b>
0,40816	0	0,04762	0
0,20408	0,2	0,09524	0,2
0,13605	0,4	0,14286	0,4
0,10204	0,6	0,19048	0,6
0,08163	0,8	0,23810	0,8
0,06803	1	0,28571	1

# Изучение рынка «жадных» покупателей

Применение критерия корреляции Пирсона напрямую к сгенерированным значениям цены и качества (1001 значение) на основе таблицы 4 приводит к статистически незначимому результату:  $r \approx 0,03$ .

Однако интересной для изучения представляется корреляция между значениями цены  $\tilde{B}$  и суммарными значениями цены и качества  $\tilde{A} + \tilde{B}$ . Для полученных с помощью имитации значений цены и качества среднее значение цены равно 0,282318, а среднее значение качества равно 0,664136, что в сумме близко к единице.

В итоге коэффициент корреляции Пирсона для значений цены и суммарных значений цены и качества получился:  $r^2 \approx 0,7442$ , что говорит о высокой связи между изучаемыми параметрами.

# Рассмотрение других типов покупателей

Применение напрямую коэффициента корреляции Пирсона для матрицы A1 так же, как и для матрицы A, привело к статистически незначимому результату. Получено значение  $r \approx 0,03$ .

Однако сумма средних значений цены и качества, полученная с помощью таблицы 5, получается равной единице.

Также был подсчитан коэффициент корреляции Пирсона для значений цены и суммарных значений цены и качества :  $r_2 \approx 0,7171$ .

Таблица 5

*Значения цены и качества и их вероятности для матрицы A1*

<b>Вероятность конкретного значения цены</b>	<b>Значение цены</b>	<b>Вероятность конкретного значения качества</b>	<b>Значение качества</b>
0,50794	0	0,01587	0
0,25397	0,2	0,03175	0,2
0,12698	0,4	0,06349	0,4
0,06349	0,6	0,12698	0,6
0,03175	0,8	0,25397	0,8
0,01587	1	0,50794	1

# Рассмотрение других типов покупателей

Таблица 6

*Значения цены и качества и их вероятности для матрицы В*

<b>Вероятность конкретного значения цены</b>	<b>Значение цены</b>	<b>Вероятность конкретного значения качества</b>	<b>Значение качества</b>
0,06803	0	0,04762	0
0,08163	0,2	0,09524	0,2
0,10204	0,4	0,14286	0,4
0,13605	0,6	0,19048	0,6
0,20408	0,8	0,23810	0,8
0,40816	1	0,28571	1

Таблица 7

*Значения цены и качества и их вероятности для матрицы С*

<b>Вероятность конкретного значения цены</b>	<b>Значение цены</b>	<b>Вероятность конкретного значения качества</b>	<b>Значение качества</b>
0,07143	0	0,07143	0
0,14286	0,2	0,14286	0,2
0,28571	0,4	0,28571	0,4
0,28571	0,6	0,28571	0,6
0,14286	0,8	0,14286	0,8
0,07143	1	0,07143	1

# Рассмотрение других типов покупателей

Подсчет коэффициентов корреляции Пирсона для значений, полученных с помощью имитации в рамках матрицы В, дал следующий результат:  $r \approx 0,01$ ;  $r_2 \approx 0,7478$ . Аналогичные коэффициенты, полученные с помощью имитации для матрицы С:  $r \approx 0,02$ ;  $r_2 \approx 0,7204$ .

Таким образом, в рассмотренных матрицах парных сравнений наблюдается сильная взаимосвязь между значениями цены и суммарными значениями цены и качества, обусловленная способом подсчета вероятностей конкретных значений рассматриваемых характеристик «цена» - «качество».

# Заключение

В итоге были рассмотрены типы покупателей, которые стоит учитывать продавцу при формировании своего товарного предложения. Современная рыночная экономика ориентирует компании на индивидуальный подход к каждому потребителю.

Выполнена главная цель – симитировать поведение покупателей на конкретных локальных рынках.

Изучение корреляции между параметрами цены и качества стало возможным благодаря шкале Саати.